

MATHEMATIK - Teil A

Punkte: _____

Note: _____

Prüfungsnummer «Kan_Nr»

«Name» «Vorname»

Aufnahmeprüfung 2023

Pädagogische Maturitätsschule Kreuzlingen

Zur Verfügung stehende Zeit: **45 Minuten**.

Hilfsmittel: **Keine**.

Die Lösungsgedanken und einzelnen Schritte müssen sauber, übersichtlich und mathematisch korrekt dargestellt werden.

Gewöhnliche Brüche müssen in den Resultaten stets gekürzt sein. Dezimalzahlen sind der Aufgabe entsprechend sinnvoll zu runden.

Wir wünschen Dir viel Erfolg!

Aufgabe 1

Punkte (mögliche)

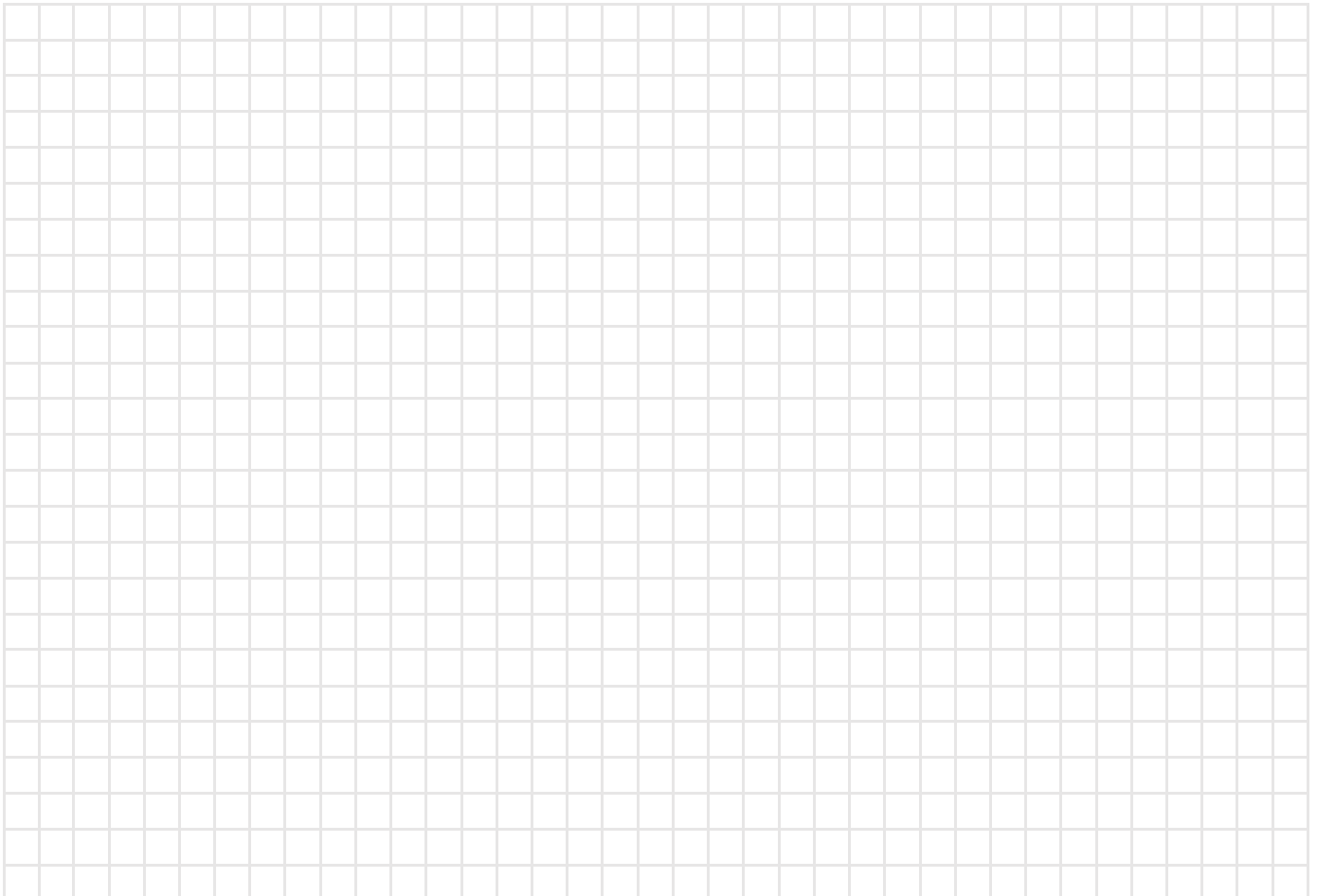
_____ (8)

Löse die Gleichungen.

a) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x = 14$



b) $\frac{6}{11}(x-3) + 2 = 1 - \frac{1}{22}(10x+3)$



Aufgabe 2

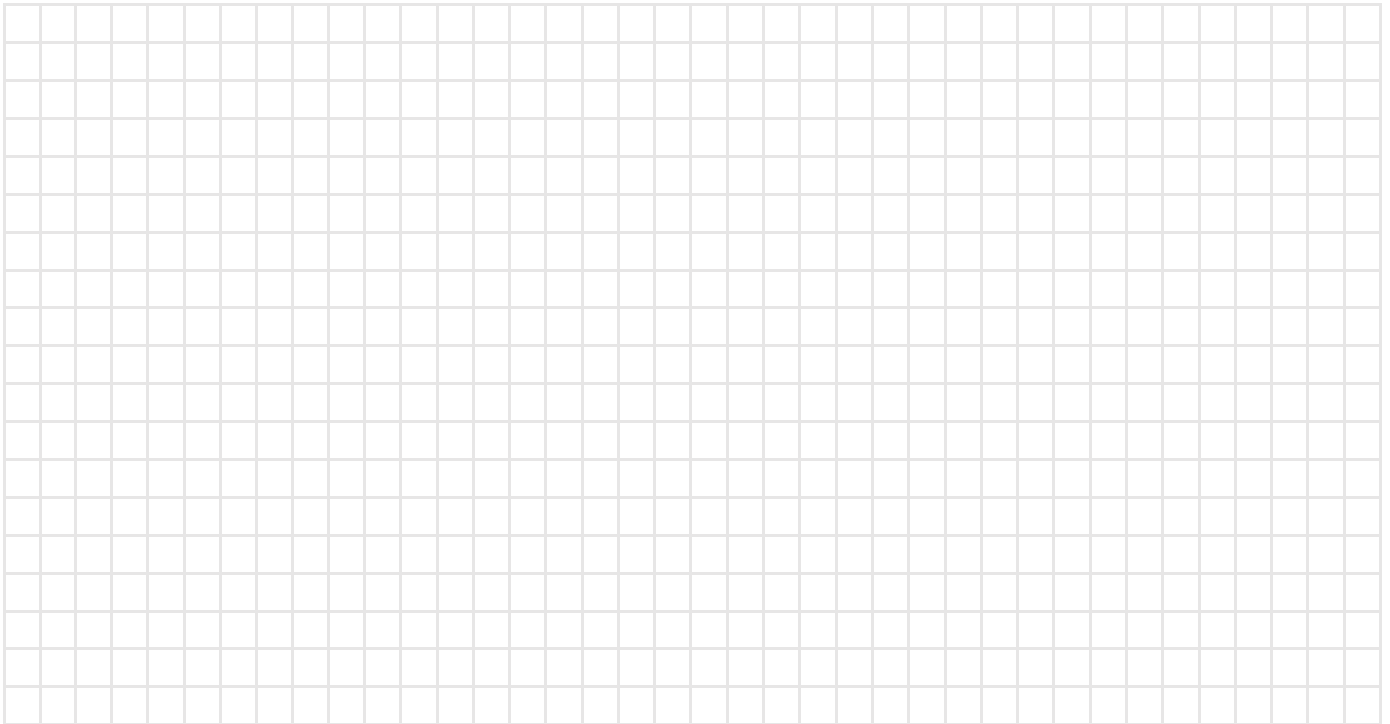
Punkte (mögliche)

____ (7)

a) Vereinfache so weit wie möglich. $4(a-1) + 3(a-1) - 5(a-1) =$

b) Multipliziere aus. $-2xy^2(x^2 + 3x) =$

c) Vereinfache und klammere so weit wie möglich aus. $-2x^4y^3 + 6x^3y^3 - 3x^3y^2 + 2x^4y^3 =$



Aufgabe 3

Punkte (mögliche)


_____ (6)

Gegeben sind folgende vier Terme:

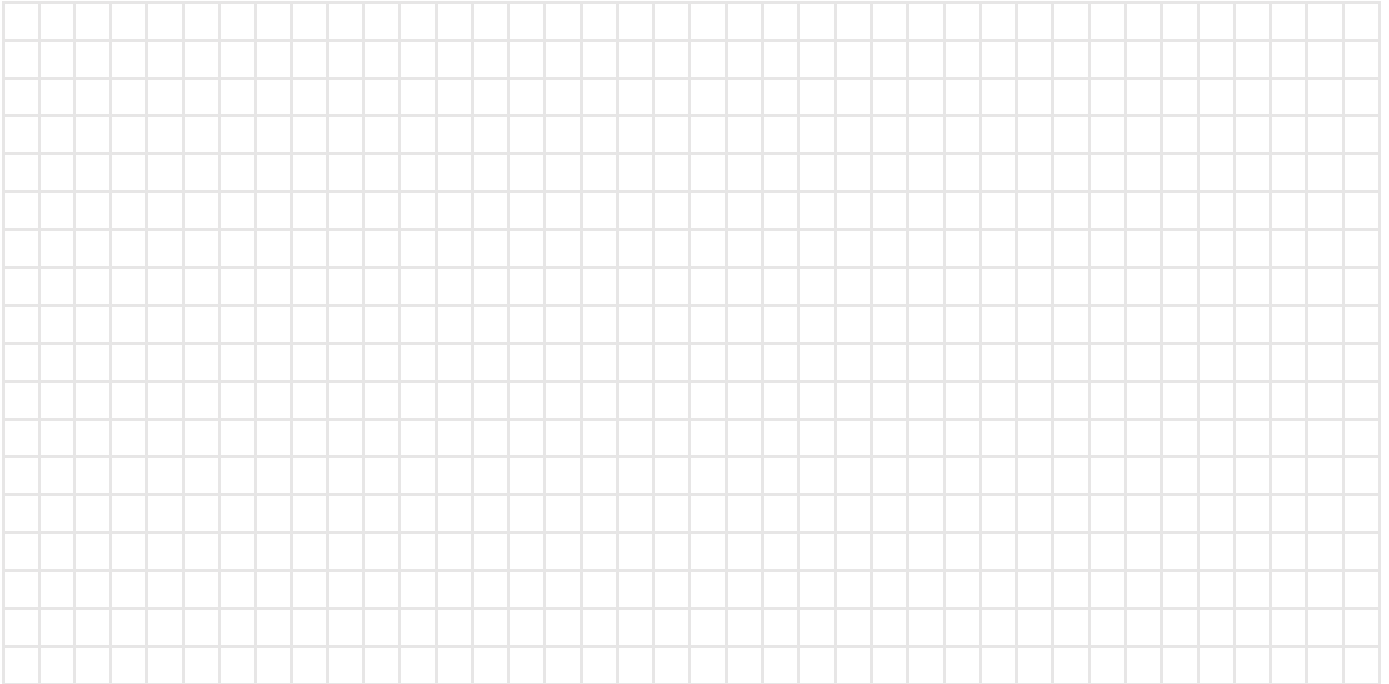
$$T_1 = a \cdot b \cdot c \quad T_2 = \frac{1}{a \cdot b \cdot c} \quad T_3 = \frac{a \cdot b}{c} \quad T_4 = \frac{a}{b \cdot c}$$

Berechne und vereinfache so weit wie möglich.

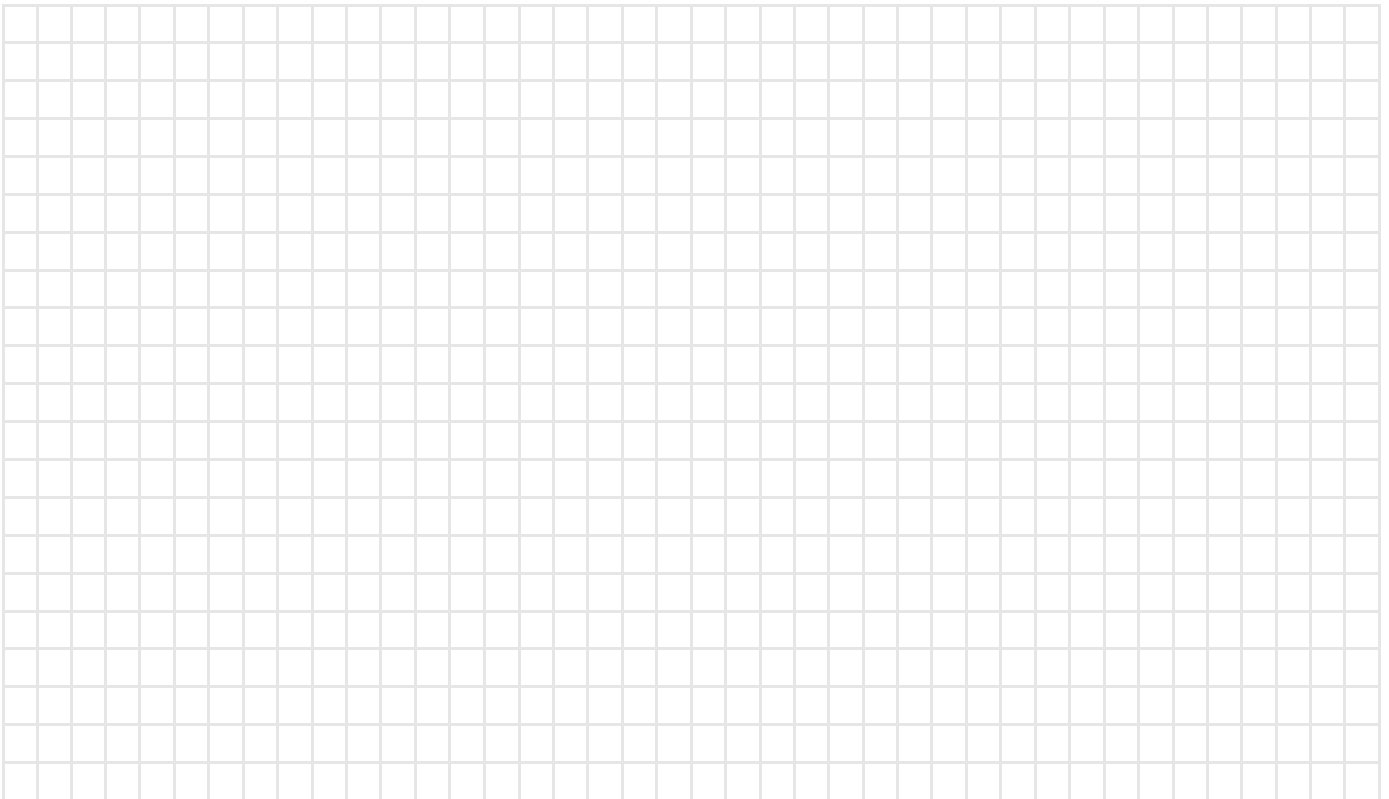
a) $T_1 \cdot T_2 =$



b) $T_3 \cdot T_4 =$



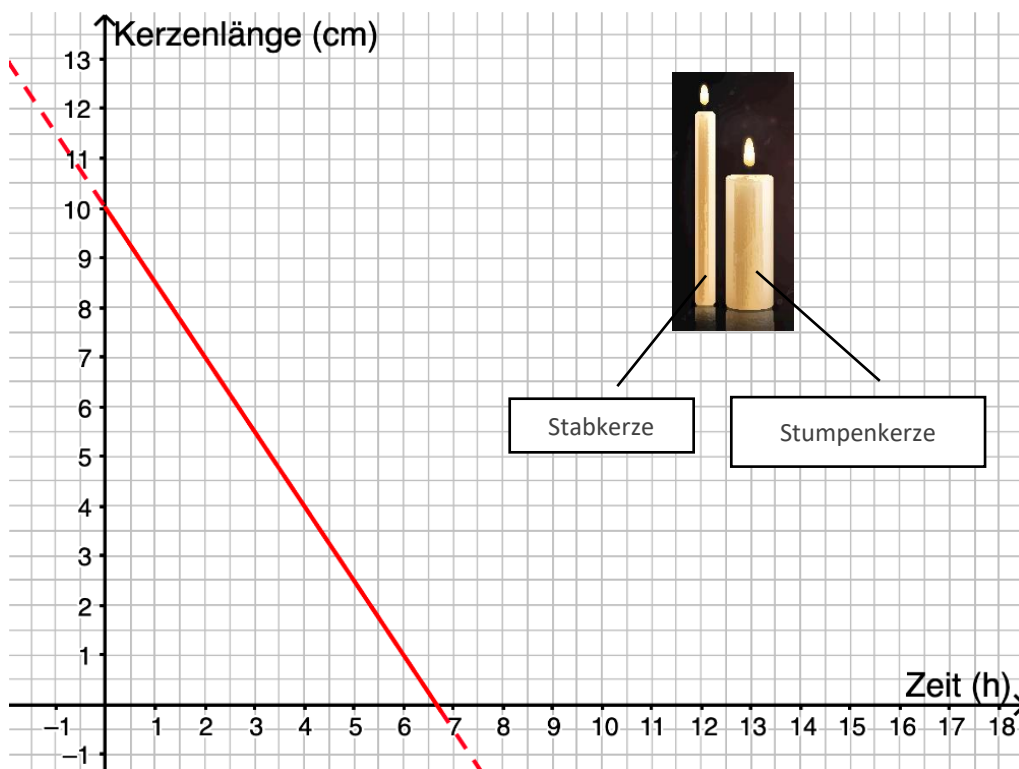
c) $T_3 : T_4 =$



Aufgabe 4

Punkte (mögliche)

_____ (11)



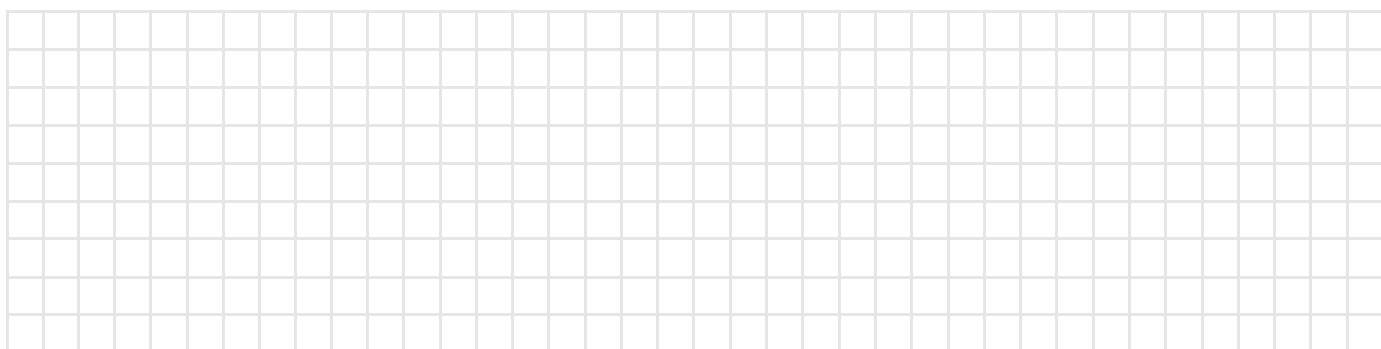
Im obigen Koordinatensystem ist eine Gerade gegeben, welche den Abbrennvorgang einer Stabkerze beschreibt.

- a) Notiere die zugehörige Geradengleichung.
- b) Nach wie vielen Stunden und Minuten ist die Kerze vollständig abgebrannt? Belege Deine Antwort durch eine Rechnung.
- c) Eine zweite, sogenannte Stumpenkerze, ist anfangs 7.5 cm lang und wird beim Brennen stündlich um 0.5 cm kürzer. Zeichne in das obige Koordinatensystem eine Gerade für den Abbrennvorgang der Stumpenkerze ein.

Falls Du c) nicht beantworten konntest, zeichne eine Gerade durch die Punkte $A(0|5)$ und $B(10|0)$, und löse d) und e) mit dieser Gerade für die Stumpenkerze.

Lies die Antworten zu folgenden Fragen aus der Zeichnung ab:

- d) Nach wie vielen Stunden sind die zwei Kerzen gleich lang?
- e) Nach wie vielen Stunden ist die Stumpenkerze genau doppelt so gross wie die Stabkerze? Wie lang sind die beiden Kerzen dann?





Aufgabe 5

Punkte (mögliche)

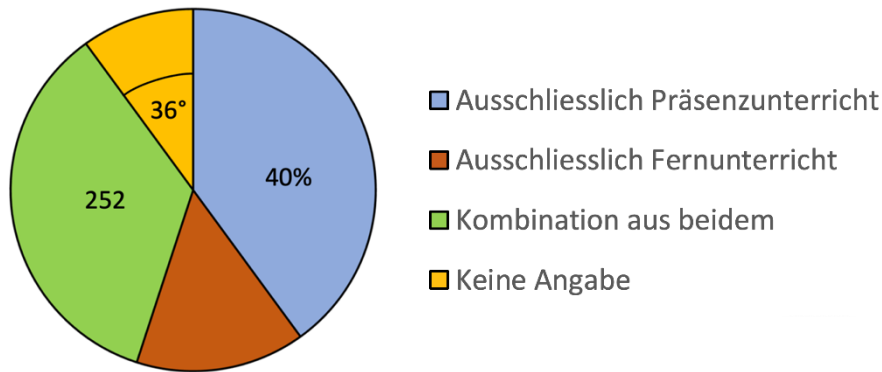
_____ (7)

Aufgrund der Corona-Pandemie wurden Schulhäuser geschlossen und der Schulbetrieb auf Fernunterricht umgestellt. Nachdem die Schulen wieder öffneten, stellte sich eine Schule die Frage, wie sie den Unterricht in Zukunft gestalten sollte. Dazu führte sie eine Umfrage mit ihren 720 SchülerInnen durch. Die SchülerInnen wurden gefragt, welche Form des Unterrichts sie bevorzugen würden:

- Ausschliesslich Präsenzunterricht
- Ausschliesslich Fernunterricht
- Kombination aus Präsenz- und Fernunterricht
- Keine Angabe

Von den vier möglichen Antworten musste genau eine ausgewählt werden.

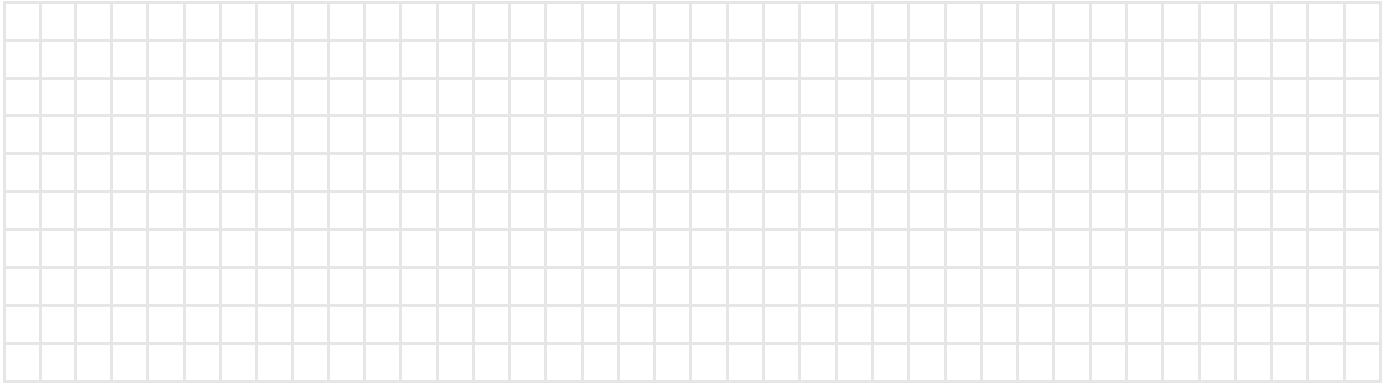
Die Ergebnisse der Umfrage sind in folgendem Kreisdiagramm dargestellt:



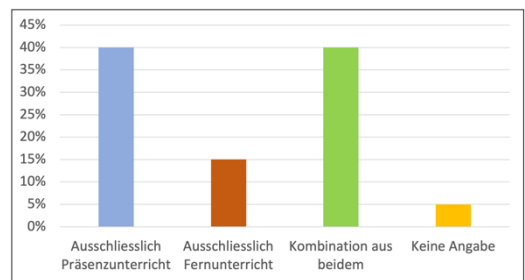
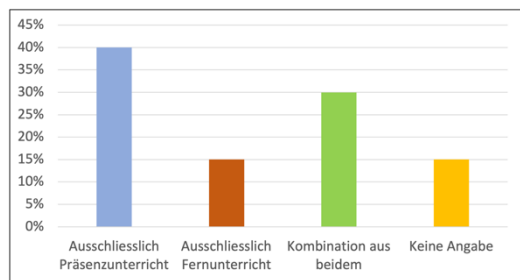
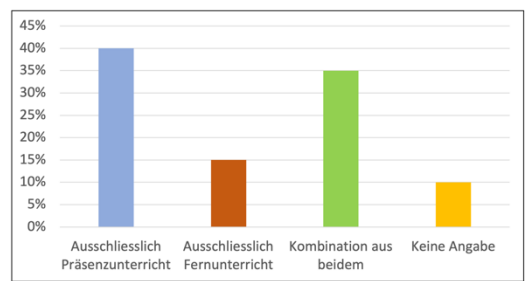
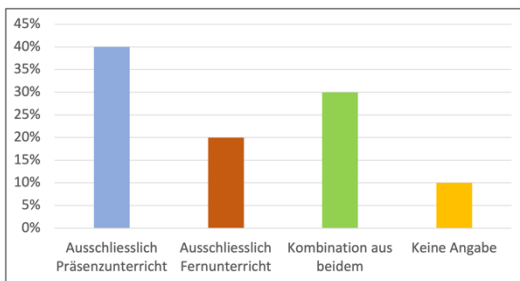
a) Berechne die absoluten Häufigkeiten der gewählten Antworten und ergänze die folgende Tabelle:

	Absolute Häufigkeit
Ausschliesslich Präsenzunterricht	
Ausschliesslich Fernunterricht	
Kombination aus beidem	252
Keine Angabe	





b) Eine andere Darstellungsmöglichkeit der Ergebnisse ist ein Säulendiagramm.
 Welches der folgenden vier Säulendiagramme passt zu der Umfrage? Kreuze an.



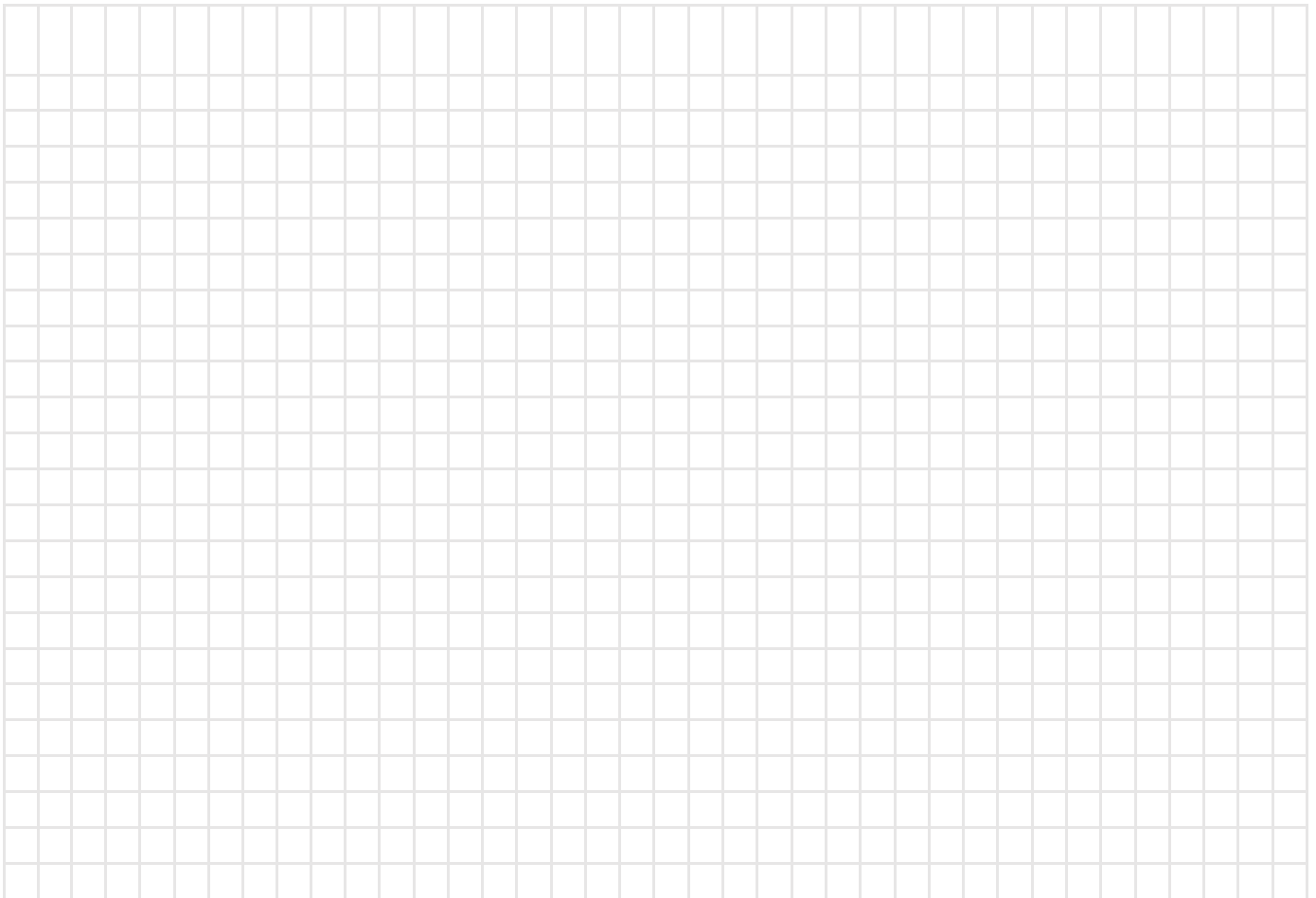
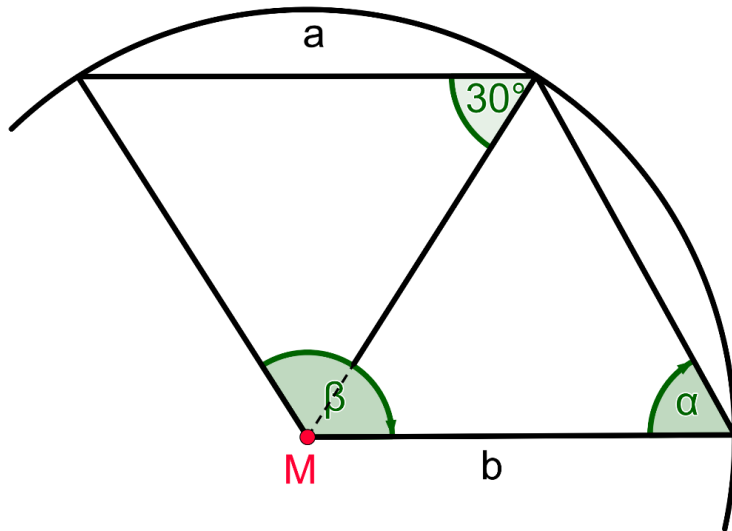
Aufgabe 6

Punkte (mögliche)

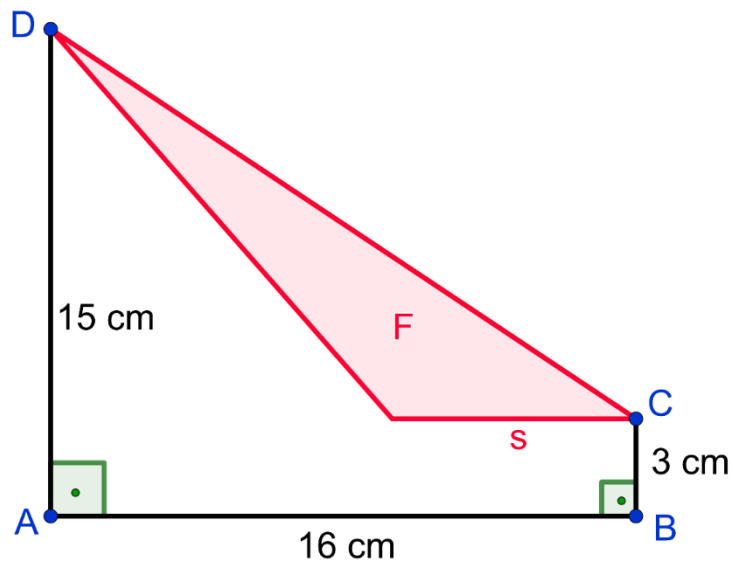
____ (11)

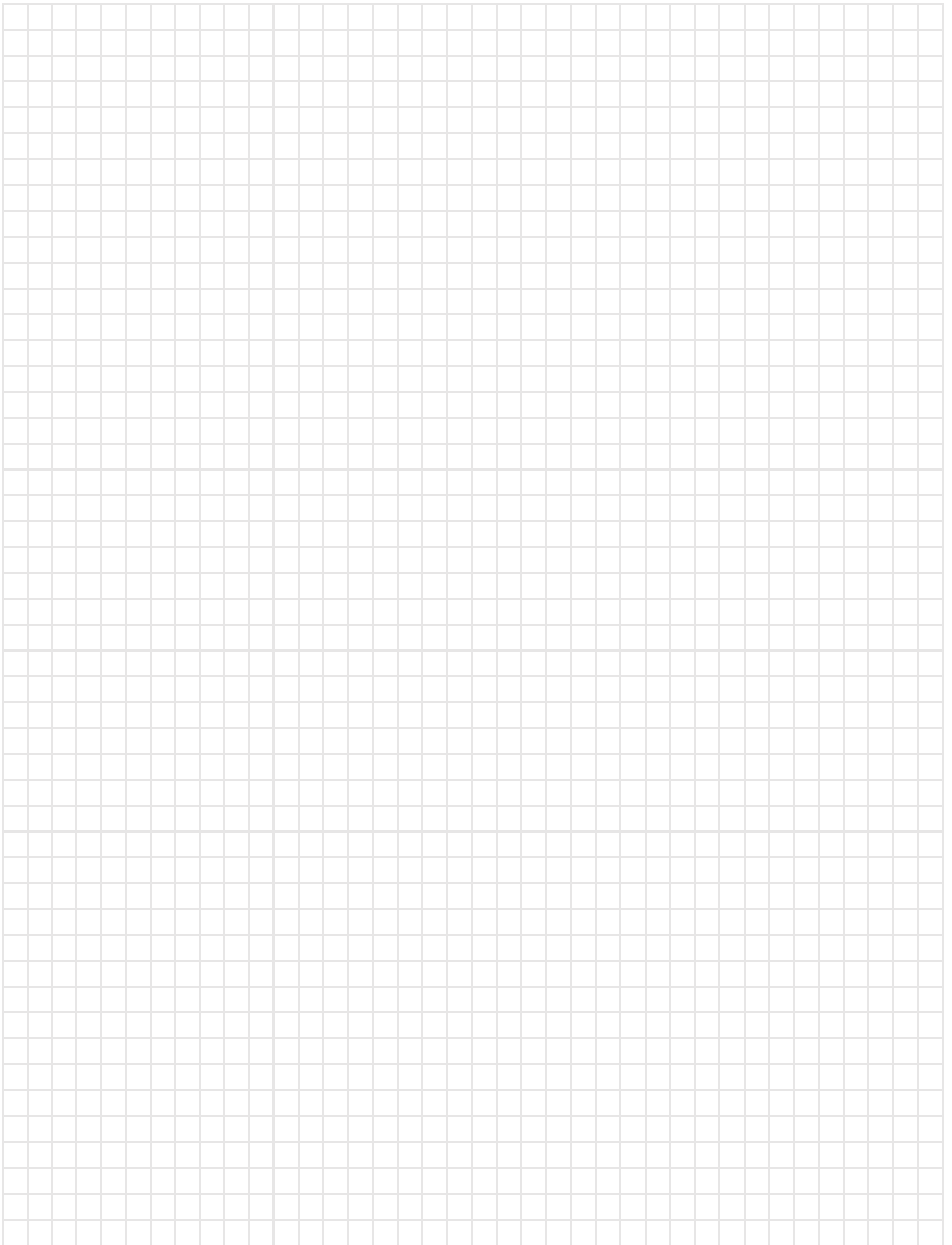
Alle Figuren sind **nicht** massstabsgetreu.

- a) Die Seiten a und b sind parallel. Bestimme die Grösse der Winkel α und β .



- b) Die rote Fläche F ist $\frac{7}{24}$ der Trapezfläche ABCD. Die Seite s des Dreiecks F ist parallel zur Höhe des Trapezes. Berechne s.





MATHEMATIK - Teil B

Punkte: _____

Note: _____

Prüfungsnummer «Kan_Nr»

«Name» «Vorname»

Aufnahmeprüfung 2023

Pädagogische Maturitätsschule Kreuzlingen

Zur Verfügung stehende Zeit: **45 Minuten.**

Hilfsmittel: **Nicht-programmierbarer Taschenrechner erlaubt, nicht aber Formelsammlungen usw.**

Die Lösungsgedanken und einzelnen Schritte müssen sauber, übersichtlich und mathematisch korrekt dargestellt werden.

Gewöhnliche Brüche müssen in den Resultaten stets gekürzt sein. Dezimalzahlen sind der Aufgabe entsprechend sinnvoll zu runden.

Wir wünschen Dir viel Erfolg!

Aufgabe 1

Punkte (mögliche)

_____ (5)

In den USA wird die Temperatur in Grad Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) gemessen, bei uns in Grad Celsius ($^{\circ}\text{C}$).

a) Berechne die gesuchten Werte in der Tabelle mit dieser Formel:

$$^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} \cdot (^{\circ}\text{F} - 32)$$

Grad Celsius	Grad Fahrenheit
	32
	200
45	



b) Löse die Formel von a) nach der Temperatur in $^{\circ}\text{F}$ auf.



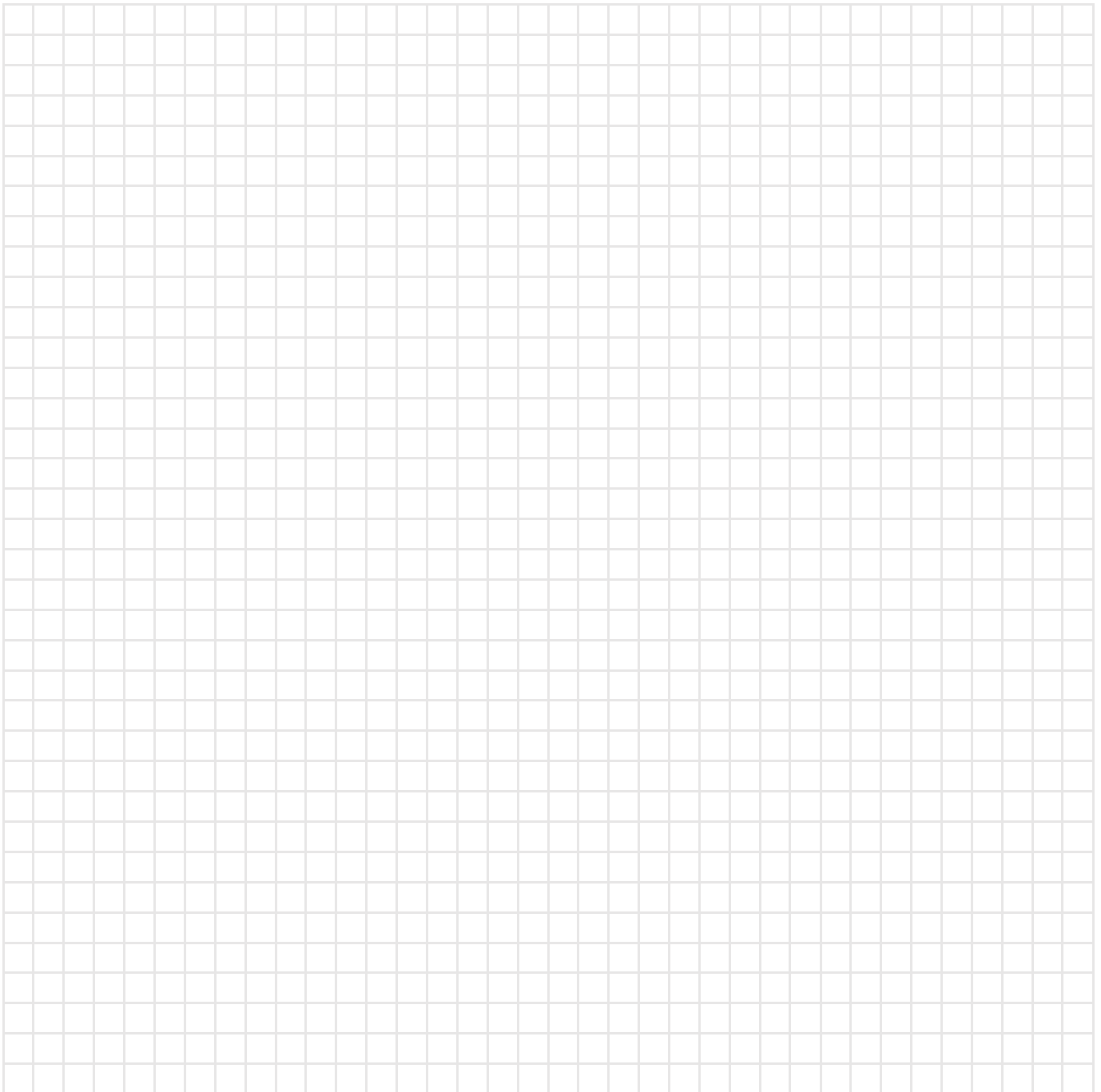
Aufgabe 2

Punkte (mögliche)

_____ (6)

Cem hat in Konstanz eine tolle Jeans gefunden. Er kann sie dort für 69.99 Euro kaufen und danach mit einem Ausfuhrschein die 19 % Mehrwertsteuer wieder zurückfordern. Ein Laden in Kreuzlingen bietet die gleiche Hose an. Sie wird dort für 75 Franken verkauft und es gibt an der Kasse noch After-Christmas-Rabatt von 25%. Gemäss aktuellem Wechselkurs ist 1 Euro 0.98 Franken wert.

- Wo soll Cem die Jeans kaufen, wenn er möglichst wenig Geld ausgeben will? Begründe rechnerisch.
- Wie viel Prozent spart Cem, wenn er sich für das günstigere Angebot entscheidet?



Aufgabe 3

Punkte (mögliche)

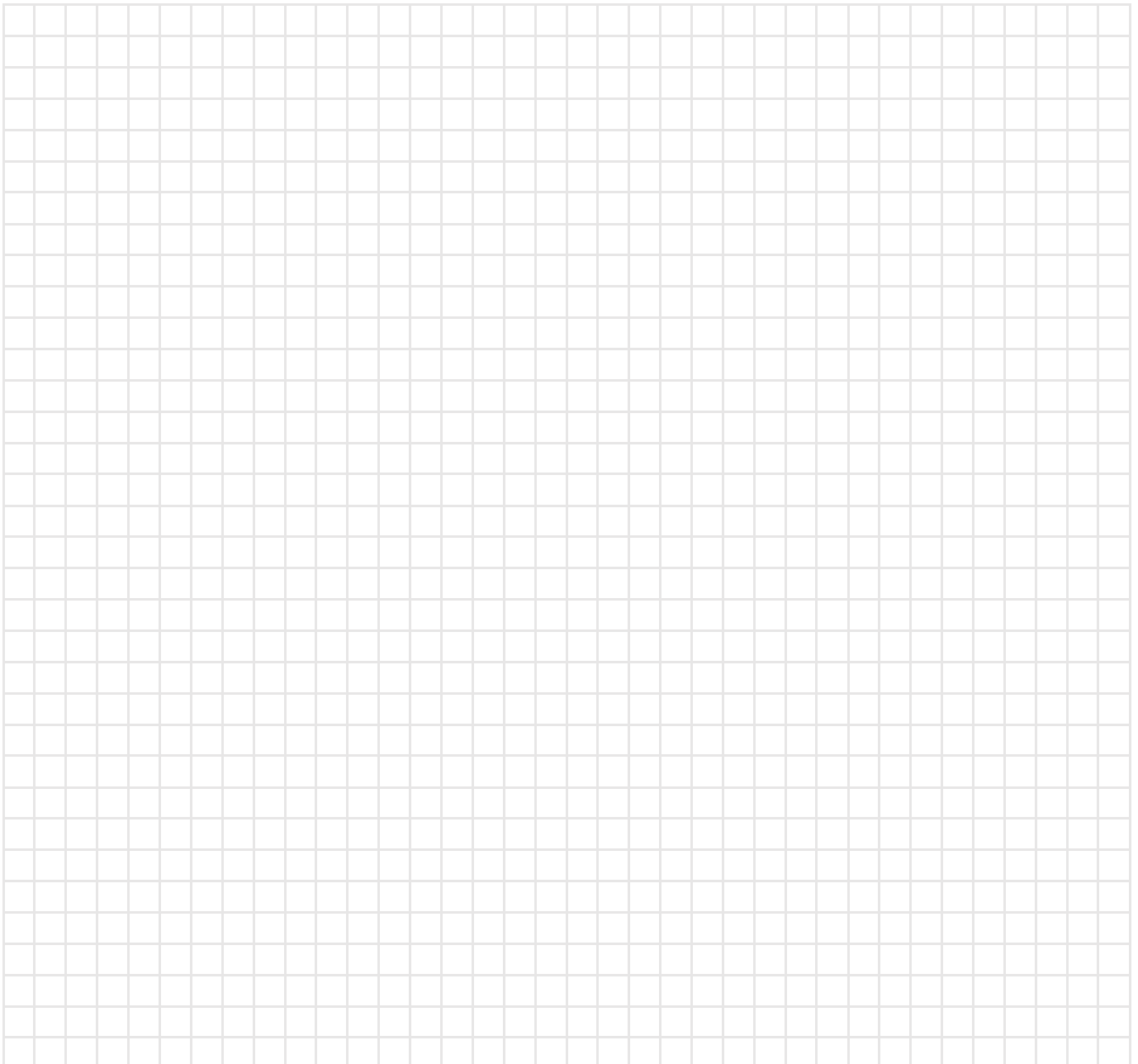
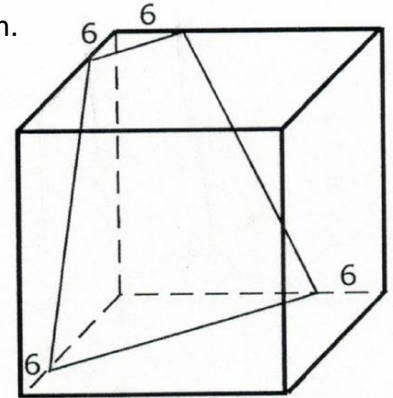
_____ (9)

Ein Würfel mit der Kantenlänge 24cm wird durch eine Ebene geschnitten, wobei die Ecken der entstehenden Schnittfigur (ein gleichschenkliges Trapez) von den Würfecken den Abstand 6cm haben.

Hinweis: Für alle Teilaufgaben gilt: zeichne allenfalls geeignete Hilfslinien ein.

- a) Berechne alle Seitenlängen des Trapezes.
- b) Berechne die Höhe h des Trapezes.
- c) Berechne die Länge einer der Diagonalen d des Trapezes.

Runde die Ergebnisse jeweils auf 2 Stellen nach dem Komma.



Aufgabe 4

Punkte (mögliche)

_____ (9)

Konstruiere alle Punkte, die vom Punkt A 4 cm entfernt sind und mit den Punkten A und B ein rechtwinkliges Dreieck ergeben. Zeichne alle diese Dreiecke ein.

A

B

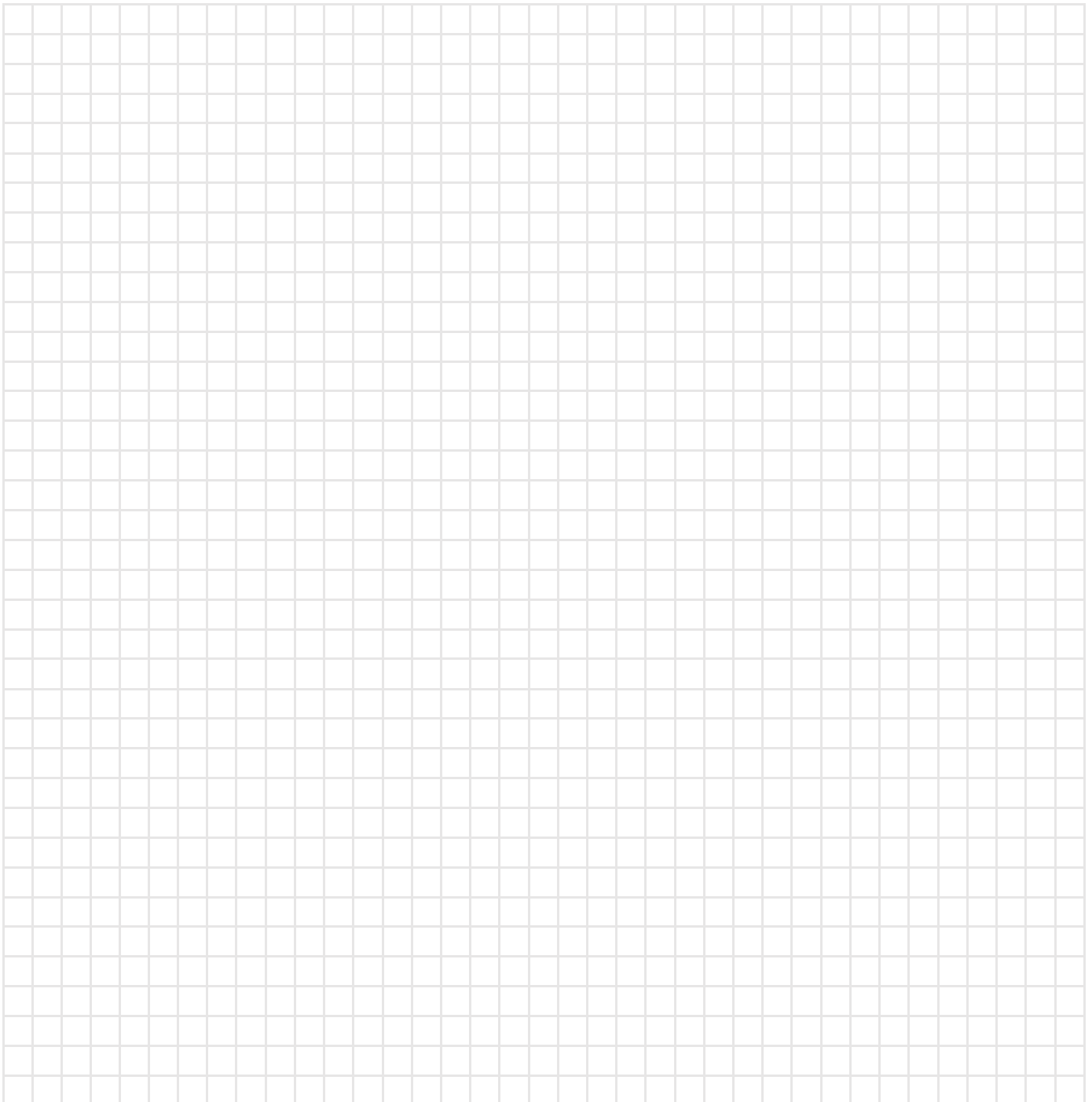
Aufgabe 5

Punkte (mögliche)

_____ (11)

In einem Behälter befinden sich drei rote, drei weisse und zwei blaue Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

- Zeichne einen vollständigen Wahrscheinlichkeitsbaum und ergänze die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten entlang der Pfade.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist keine der Kugeln rot?
- Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine der Kugeln weiss oder blau ist.
- Zu welchem Pfad passt die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{28}$?



Aufgabe 6

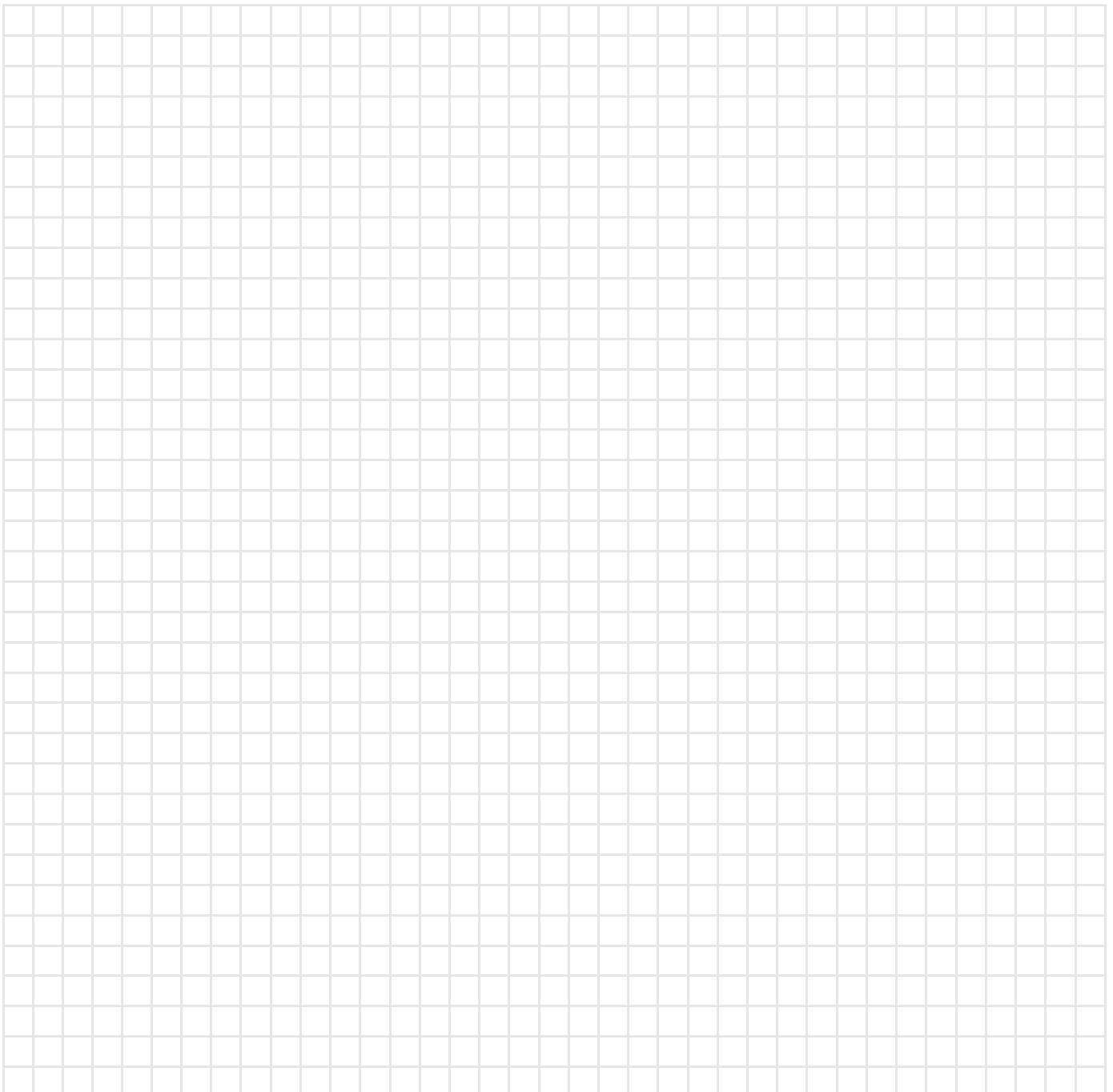
Punkte (mögliche)

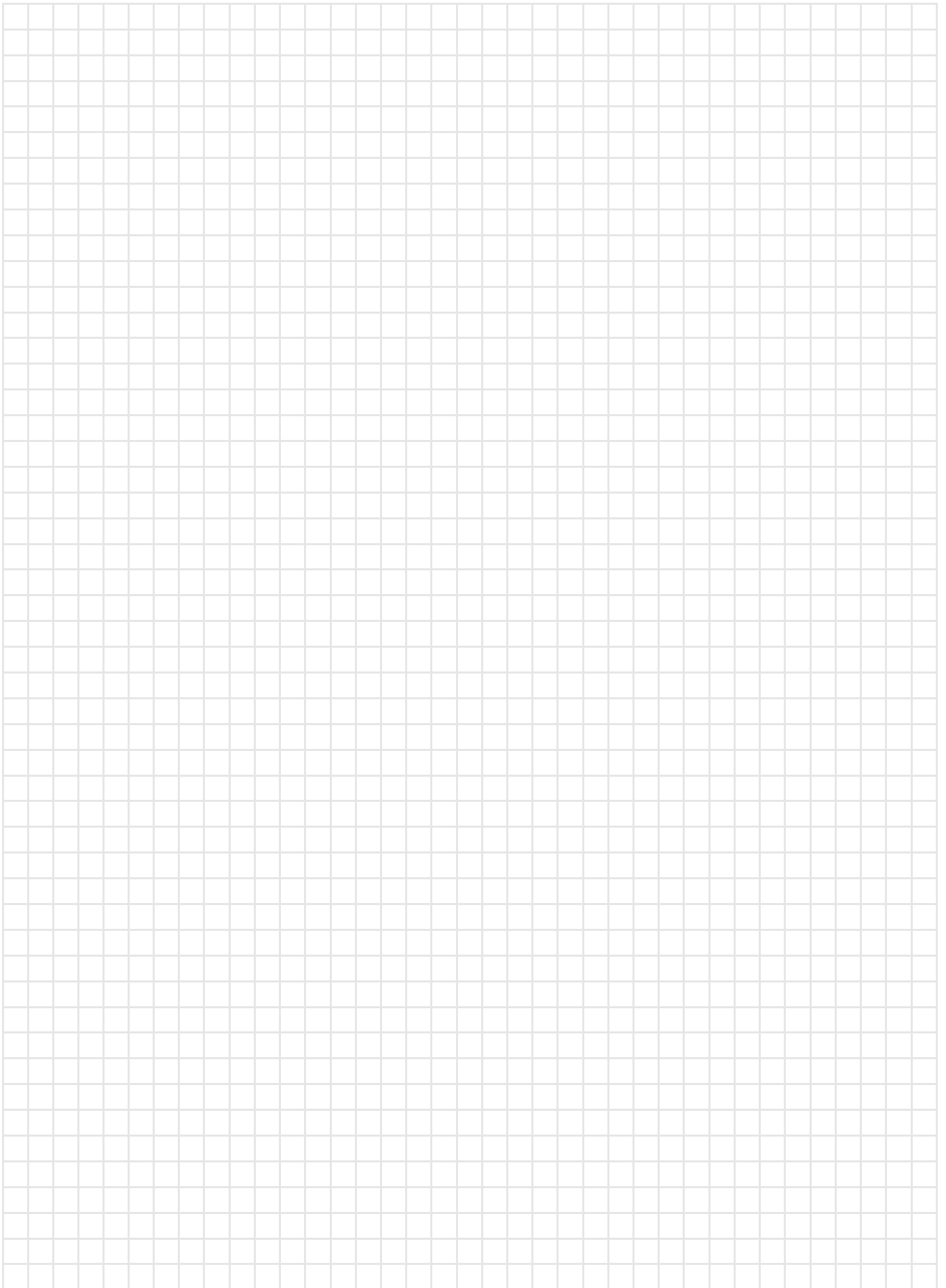
_____ (10)

Die Velofahrer Simon und Tanja starten gleichzeitig am selben Ort A und fahren in die gleiche Richtung, Simon mit einer Geschwindigkeit von 9km/h und Tanja mit einer Geschwindigkeit von 18 km/h. 13 Minuten später startet ein Rennvelofahrer am Ort A mit einer Geschwindigkeit von 33km/h.

- Stelle einen Term auf für die Berechnung der Streckenmitte von Simon und Tanja zu einem beliebigen Zeitpunkt t .
- Welche Strecke ist der Rennvelofahrer zu einem beliebigen Zeitpunkt t gefahren, wenn er 13 Minuten nach Tanja und Simon abgefahren ist?
- Wie viele Minuten nach seinem Start ist der Rennvelofahrer genau in der Mitte von Simon und Tanja?

Hinweis: Löse diese Teilaufgabe mit einer Gleichung.





Lösungen A – AP 23

Aufgabe 1

a)

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x = 14$$

$$\frac{4}{8}x + \frac{2}{8}x + \frac{1}{8}x = 14$$

$$\frac{7}{8}x = 14$$

$$x = 16$$

b)

$$\frac{6}{11}(x-3) + 2 = 1 - \frac{1}{22}(10x+3)$$

$$\frac{6}{11}x - \frac{18}{11} + 2 = 1 - \frac{10}{22}x - \frac{3}{22}$$

$$12x - 36 + 44 = 22 - 10x - 3$$

$$22x = -8 + 19$$

$$22x = 11$$

$$x = 0,5$$

Aufgabe 2

a) $4(a-1) + 3(a-1) - 5(a-1) = 2(a-1) = 2a - 2$

b) $-2xy^2(x^2 + 3x)$

$$= -2x^3y^2 - 6x^2y^2 \quad 2P$$

c)

$$-2x^4y^3 + 6x^3y^3 - 3x^3y^2 + 2x^4y^3$$

$$= 6x^3y^3 - 3x^3y^2$$

$$= 3x^3y^2(2y - 1)$$

Aufgabe 3

a)

$$T_1 \cdot T_2 = a \cdot b \cdot c \cdot \frac{1}{a \cdot b \cdot c} = 1$$

b)

$$T_3 \cdot T_4 = \frac{a \cdot b}{c} \cdot \frac{a}{b \cdot c} = \frac{a^2}{c^2}$$

c)

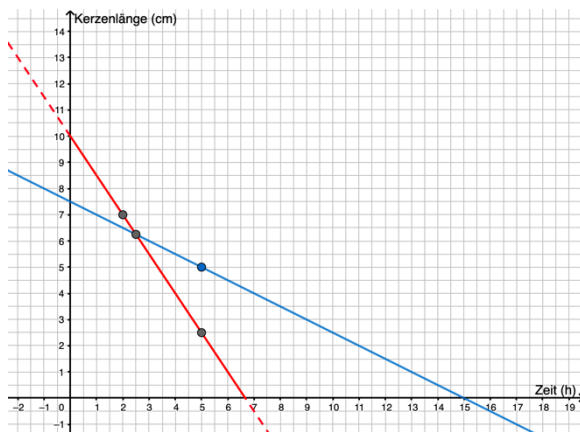
$$T_3 : T_4 = \frac{\frac{a \cdot b}{c}}{\frac{a}{b \cdot c}} = \frac{a \cdot b \cdot b \cdot c}{c \cdot a} = b^2$$

Aufgabe 4

- a) $y = -1.5x + 10$
 b) $0 = -1.5x + 10 \rightarrow x = 6\frac{2}{3} = 6h\ 40min$
 c) Siehe Schaubild
 d) $x = 2.5$ h
 e) Nach 5 h ist die Stabkerze 2.5 cm und die Stumpenkerze 5 cm lang.

Alternativlösung:

- d) $x = 5$
 e). $x = 6$



Aufgabe 5

- a) keine Angabe: $\frac{36^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{10} \rightarrow \frac{1}{10} \cdot 720 = 72$
 ausschliesslich Präsenzunterricht: $720 \cdot 0.4 = 288$
 ausschliesslich Fernunterricht: $720 - 252 - 288 - 72 = 108$
- b) Diagramm rechts oben ist richtig.

Aufgabe 6

- a) Lösungen: $\alpha=75^\circ$; $\beta=150^\circ$
 Stufen- bzw. Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen
 sind gleich gross: Rest von β ist also 30°
 Im gleichschenkligen Dreieck folgt daraus $\alpha=75^\circ$, d.h. $\beta=150^\circ$
- b) Fläche Trapez: $F_{\text{Trapez}} = \frac{15+3}{2} \cdot 16 = 144$
 Schraffierte Dreiecksfläche: $F_{\text{schraffiert}} = \frac{7}{24} \cdot 144 = 42$
 Höhe zu s des schraffierten Dreiecks: $h_{\text{Dreieck}} = 15 - 3 = 12$
 Berechnung der Grundseite s: $42 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot s \Leftrightarrow s = 7$

Lösungen B - AP 23

1.

a)

Grad Celsius	Grad Fahrenheit
0	32
93.33	200
45	113

b) $^{\circ}\mathbf{F} = ^{\circ}\mathbf{C} \cdot \frac{9}{5} + 32$

2.

Nettopreis in Konstanz

69.99: 119 · 100 = 58.82 Euro

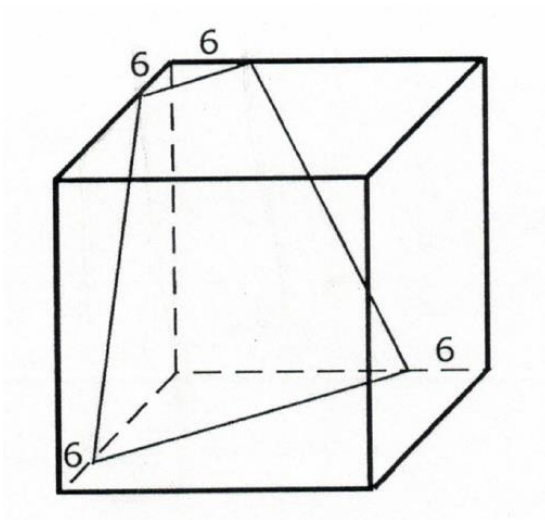
58.82€ · 0.98 = 57.65 Franken

Nettopreis in Kreuzlingen

75 Fr · 0.75 = 56.25 Franken

Einsparung in Prozent: **100%: 57.65 · 56.25 = 97.57% → Cem spart 2.4%**

3.



Lösung:

a) Die beiden parallelen Seiten

$$\sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} \approx 8.49 \text{ cm}$$

$$\sqrt{18^2 + 18^2} = \sqrt{648} \approx 25.46 \text{ cm}$$

die Seitenlinien

$$\sqrt{12^2 + 24^2} = \sqrt{720} \approx 26.83 \text{ cm}$$

b) Berechnung von h

$$y = \frac{\sqrt{648} - \sqrt{72}}{2} = \sqrt{72}$$

$$h = \sqrt{(\sqrt{720})^2 - (\sqrt{72})^2} = \sqrt{720 - 72} = 18\sqrt{2}$$

c)

Diagonale

$$d = \sqrt{18^2 + 6^2 + 24^2} \approx 30.59 \text{ cm}$$

4.

Kreis k mit Radius 4cm um A zeichnen

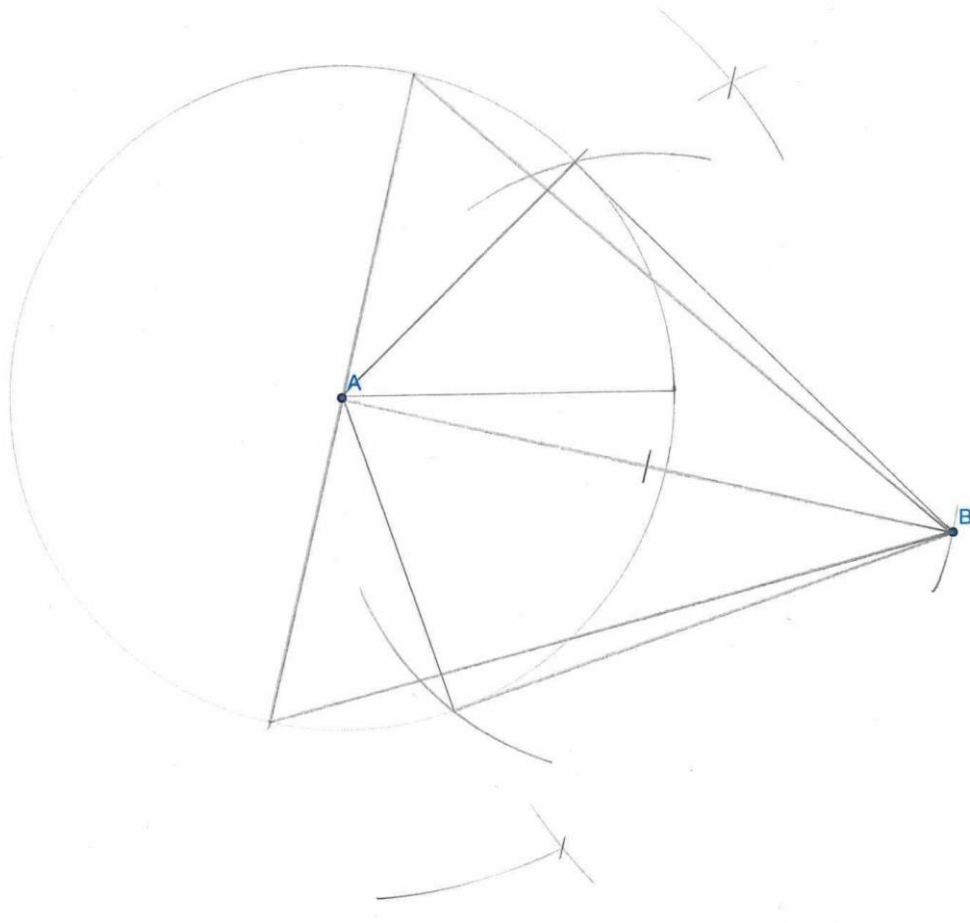
Gesucht: Tangenten an diesen Kreis, d.h.

Strecke \overline{AB} einzeichnen

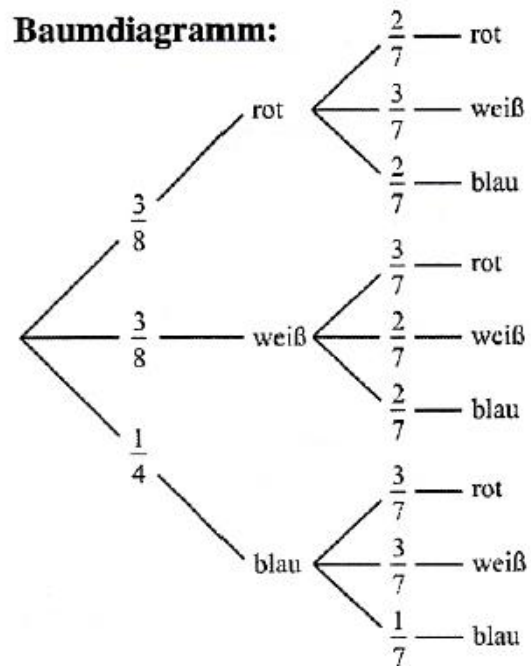
darüber den Thaleskreis konstruieren

Schnittpunkte des Thaleskreis mit k sind die gesuchten Eckpunkte von zwei der möglichen Dreiecke

Zwei weitere Dreiecke mit dem rechten Winkel bei A



5.



$$P(\bar{r}; \bar{r}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{56} \approx 35,7 \%$$

$$P(\text{mindestens 1 Kugel weiß oder blau}) = 1 - P(r; r) = 1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = 1 - \frac{6}{56}$$

$$P(\text{mindestens 1 Kugel weiß oder blau}) = \frac{50}{56} \approx 89,3 \%$$

$$P(b; b) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{28}$$

Die Ziehung „2 blaue Kugeln“ passt zur Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{28}$.

6.

Mitte zwischen Simon und Tanja

$$\frac{18t+9t}{2} = 13.5t$$

Strecke Rennfahrer

$$33\left(t - \frac{13}{60}\right)$$

$$33\left(t - \frac{13}{60}\right) = 13.5t$$

$$33t - 7.15 = 13.5t$$

$$19.5t = 7.15$$

$$t = 0.36\bar{6}h = 22\text{min}$$

$$22 - 13 = 9\text{min}$$